

147. Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика» (углублённый уровень).

147.1. Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика» (углублённый уровень) (предметная область «Математика и информатика») (далее соответственно – программа по математике, математика) включает пояснительную записку, содержание обучения, планируемые результаты освоения программы по математике.

147.2. Пояснительная записка.

147.2.1. Программа по математике углублённого уровня для обучающихся 7–9 классов разработана на основе ФГОС ООО. В программе по математике учтены идеи и положения концепции развития математического образования в Российской Федерации.

147.2.2. Предметом математики являются фундаментальные структуры нашего мира – пространственные формы и количественные отношения (от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и прикладных идей). Математические знания обеспечивают понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретацию социальной, экономической, политической информации, дают возможность выполнять расчёты и составлять алгоритмы, находить и применять формулы, владеть практическими приёмами геометрических измерений и построений, читать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм и графиков, жить в условиях неопределённости и понимать вероятностный характер случайных событий.

147.2.3. Изучение математики формирует у обучающихся математический стиль мышления, проявляющийся в определённых умственных навыках. Обучающиеся осваивают такие приёмы и методы мышления, как индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке

умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление. Изучение математики обеспечивает формирование алгоритмической компоненты мышления и воспитание умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач – основной учебной деятельности на уроках математики – развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

147.2.4. Обучение математике даёт возможность развивать у обучающихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления.

147.2.5. При изучении математики осуществляется общее знакомство с методами познания действительности, представлениями о предмете и методах математики, их отличии от методов других естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения научных и прикладных задач.

147.2.6. Математическое образование в Российской Федерации должно решать, в частности задачи обеспечения страны выпускниками, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях, включая математические исследования, работу в сфере информационных технологий, преподавание математики, с одной стороны, и применение математики в других науках, в инженерно-технологической и социальной сфере с другой стороны. Для обеспечения достижения соответствующей этим задачам математической подготовки обучающихся, для удовлетворения их запросов и возможностей предназначена программа углублённого изучения математики. Программа по математике углублённого уровня даёт возможность расширить и углубить круг изучаемых вопросов, создать более целостное представление о системе математических знаний, сформировать более устойчивые и осознанные умения.

147.2.7. Приоритетными целями обучения математике в 7–9 классах

являются:

формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;

подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, понимание математики как части общей культуры человечества;

развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;

формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

147.2.8. Основные линии содержания программы по математике в 7–9 классах: «Числа и вычисления», «Алгебра» («Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства»), «Функции», «Геометрия («Геометрические фигуры и их свойства», «Измерение геометрических величин»), «Вероятность и статистика». Данные линии развиваются параллельно, каждая в соответствии с собственной природой и традициями, однако не независимо одна от другой, а в тесном контакте и взаимодействии.

147.2.9. Содержание программы по математике, распределённое по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно, чтобы овладение математическими понятиями и навыками осуществлялось последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности,

а новые знания включались в общую систему математических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи.

147.2.10. В соответствии с ФГОС ООО математика является обязательным предметом на уровне основного общего образования и изучается на углублённом уровне в рамках следующих учебных курсов: «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

147.2.11. Общее число часов, рекомендованных для изучения математики, – 816 часов: в 7 классе – 272 часа (8 часов в неделю), в 8 классе – 272 часа (8 часов в неделю), в 9 классе – 272 часа (8 часов в неделю).

147.3. Освоение математики должно обеспечивать достижение на уровне основного общего образования личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов.

147.3.1. Личностные результаты освоения программы по математике характеризуются:

1) патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной

деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением навыками исследовательской деятельности;

б) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

147.3.2. В результате освоения программы по математике на уровне основного общего образования у обучающегося будут сформированы метапредметные результаты, характеризующиеся овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.

147.3.2.1. Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира, применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

147.3.2.2. У обучающегося будут сформированы следующие базовые логические действия как часть познавательных универсальных учебных действий:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

проводить выводы с использованием законов логики, дедуктивных и

индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, применять метод математической индукции, обосновывать собственные рассуждения;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

147.3.2.3. У обучающегося будут сформированы следующие базовые исследовательские действия как часть познавательных универсальных учебных действий:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить по самостоятельно составленному плану эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, эксперимента, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

147.3.2.4. У обучающегося будут сформированы умения работать с информацией как часть познавательных универсальных учебных действий:

выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;

выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

выбирать форму представления информации и иллюстрировать

решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
оценивать надёжность информации по критериям, предложенным или сформулированным самостоятельно.

147.3.2.5. Универсальные коммуникативные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.

147.3.2.6. У обучающегося будут сформированы умения общения как часть коммуникативных универсальных учебных действий:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи и полученным результатам;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

147.3.2.7. У обучающегося будут сформированы умения сотрудничества как часть коммуникативных универсальных учебных действий:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких человек;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество результата и качество своего вклада в общий результат по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

147.3.2.8. Универсальные регулятивные действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

147.3.2.9. У обучающегося будут сформированы умения самоорганизации как часть регулятивных универсальных учебных действий:

выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях, ориентироваться в различных подходах принятия решений (индивидуальное, групповое);

самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

147.3.2.10. У обучающегося будут сформированы умения самоконтроля как часть регулятивных универсальных учебных действий:

владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи, самомотивации и рефлексии;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

147.3.2.11. У обучающегося будут сформировано умение эмоционального интеллекта как часть регулятивных универсальных учебных действий:

выражать эмоции при изучении математических объектов и фактов, давать эмоциональную оценку решения задачи.

147.3.3. Предметные результаты освоения программы по математике углублённого уровня представлены по годам обучения в следующих разделах программы по математике в рамках отдельных учебных курсов для 7–9 классов: «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

Развитие логических представлений и навыков логического мышления

обучающихся осуществляется в рамках всех названных курсов на протяжении всех лет обучения. Предполагается, что выпускник 9 класса сможет строить высказывания и отрицания высказываний, распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, выполнять операции над высказываниями, строить высказывания и рассуждения на основе логических правил, решать логические задачи, научиться применять метод математической индукции, овладеет понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство – и научиться использовать их при выполнении учебных и внеучебных задач. При этом введение основных логических понятий и освоение основных связанных с ними видов деятельности отнесено к курсу «Вероятность и статистика» и также распределено по годам обучения.

В рамках всех трёх курсов осуществляется формирование умения выбирать подходящий метод для решения задачи, выявлять примеры математических закономерностей в природе и общественной жизни, распознавать проявление законов математики в искусстве, применять математические знания и опыт математической деятельности в ситуациях реальной жизни. Обучающиеся знакомятся с научными результатами, полученными в ходе развития арифметики, алгебры, геометрии, теории вероятности, статистики и учатся их описывать, приводят примеры математических открытий и их авторов в отечественной и всемирной истории науки.

147.4. Федеральная рабочая программа учебного курса «Алгебра» на углублённом уровне в 7–9 классах (далее соответственно – программа учебного курса «Алгебра», учебный курс).

147.4.1. Пояснительная записка.

147.4.1.1. Алгебра является одним из опорных курсов основного общего образования: она обеспечивает изучение других дисциплин как естественно-научного, так и гуманитарного циклов, её освоение необходимо для продолжения образования и для повседневной жизни. Развитие у обучающихся научных представлений о происхождении и сущности алгебраических абстракций, способе отражения математической наукой

явлений и процессов в природе и обществе, роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения и качеств мышления, необходимых для адаптации в современном цифровом обществе. Изучение алгебры обеспечивает развитие умения наблюдать, сравнивать, находить закономерности, требует критичности мышления, способности аргументированно обосновывать свои действия, выводы, формулировать утверждения. Освоение курса алгебры обеспечивает развитие логического мышления обучающихся: они используют дедуктивные и индуктивные рассуждения, обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию. Обучение алгебре предполагает значительный объём самостоятельной деятельности обучающихся, поэтому самостоятельное решение задач обучающимися является реализацией деятельностного принципа обучения.

147.4.1.2. В структуре программы учебного курса «Алгебра» углублённого изучения основное место занимают содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции». Каждая из этих содержательно-методических линий развивается на протяжении трёх лет изучения курса, взаимодействуя с другими его линиями. В ходе изучения курса обучающимся приходится логически рассуждать, использовать теоретико-множественный язык. В связи с этим в программу учебного курса «Алгебра» включены некоторые основы логики, представленные во всех основных разделах математического образования и способствующие овладению обучающимися основ универсального математического языка. Содержательной и структурной особенностью учебного курса «Алгебра» является его интегрированный характер.

147.4.1.3. Содержание линии «Числа и вычисления» служит основой для дальнейшего изучения математики, способствует развитию у обучающихся логического мышления, формированию умения пользоваться алгоритмами, а также приобретению практических навыков, необходимых для повседневной жизни. Развитие понятия о числе на уровне основного общего образования

связано с рациональными и иррациональными числами, формированием представлений о действительном числе. Завершение освоения числовой линии отнесено к среднему общему образованию.

147.4.1.4. Содержание двух алгебраических линий – «Алгебраические выражения» и «Уравнения и неравенства» способствует формированию у обучающихся математического аппарата, необходимого для решения задач математики, смежных предметов и окружающей реальности. На уровне основного общего образования учебный материал группируется вокруг рациональных выражений. Алгебра демонстрирует значение математики как языка для построения математических моделей, описания процессов и явлений реального мира. В задачи обучения алгебре входят также дальнейшее развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики, и овладение навыками дедуктивных рассуждений. Преобразование символьных форм способствует развитию воображения, способностей к математическому творчеству.

147.4.1.5. Содержание функционально-графической линии нацелено на получение обучающимися знаний о функциях как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов и явлений в природе и обществе. Изучение материала способствует развитию у обучающихся умения использовать различные выразительные средства языка математики – словесного, символического, графического, вносит вклад в формирование представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры.

147.4.1.6. Углублённый курс алгебры характеризуется изучением дополнительного теоретического аппарата и связанных с ним методов решения задач. Алгебра является языком для описания объектов и закономерностей, служит основой математического моделирования. При этом сами объекты математических умозаключений и принятые в алгебре правила их конструирования способствуют формированию умений обосновывать и доказывать суждения, развивают математическую интуицию, кратко и наглядно раскрывают механизм логических построений и учат их

применению. Тем самым алгебра занимает одно из ведущих мест в формировании научно-теоретического мышления обучающихся.

147.4.1.7. Согласно учебному плану в 7–9 классах изучается учебный курс «Алгебра», который включает следующие основные разделы содержания: «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции».

147.4.1.8. Общее число часов, рекомендованных для изучения учебного курса «Алгебра», – 408 часов: в 7 классе – 136 часов (4 часа в неделю), в 8 классе – 136 часов (4 часа в неделю), в 9 классе – 136 часов (4 часа в неделю).

147.4.2. Содержание обучения в 7 классе.

147.4.2.1. Числа и вычисления.

Рациональные числа. Сравнение, упорядочивание и арифметические действия с рациональными числами. Числовая прямая, модуль числа.

Степень с натуральным показателем и её свойства. Запись числа в десятичной позиционной системе счисления.

Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение задач из реальной практики на части, на дроби, на проценты, применение отношений и пропорций при решении задач, решение задач на движение, работу, покупки, налоги.

Делимость целых чисел. Свойства делимости.

Простые и составные числа. Чётные и нечётные числа. Признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11. Признаки делимости суммы и произведения целых чисел при решении задач с практическим содержанием.

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида.

Деление с остатком. Арифметические операции над остатками.

147.4.2.2. Алгебраические выражения.

Выражение с переменными. Значение выражения с переменными. Представление зависимости между величинами в виде формулы.

Тождество. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Доказательство тождеств.

Одночлены. Одночлен стандартного вида. Степень одночлена.

Многочлены. Многочлен стандартного вида. Степень многочлена. Сложение, вычитание, умножение и деление многочленов. Преобразование целого выражения в многочлен. Корни многочлена.

Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности двух выражений, куб суммы и куб разности двух выражений, разность квадратов двух выражений, произведение разности и суммы двух выражений, сумма и разность кубов двух выражений.

Разложение многочлена на множители. Вынесение общего множителя за скобки. Метод группировки.

147.4.2.3. Уравнения и неравенства.

Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Свойства уравнений с одной переменной. Равносильность уравнений. Уравнение как математическая модель реальной ситуации.

Линейное уравнение с одной переменной. Число корней линейного уравнения. Решение текстовых задач с помощью линейных уравнений. Линейное уравнение, содержащее знак модуля.

Уравнение с двумя переменными. График линейного уравнения с двумя переменными. Системы линейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы линейных уравнений с двумя переменными. Решение систем линейных уравнений с двумя переменными методом подстановки и методом сложения. Система двух линейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации.

147.4.2.4. Функции.

Координата точки на прямой. Числовые промежутки. Расстояние между двумя точками координатной прямой.

Прямоугольная система координат. Абсцисса и ордината точки на координатной плоскости. Примеры графиков, заданных формулами. Чтение графиков реальных зависимостей.

Функциональные зависимости между величинами. Понятие функции. Функция как математическая модель реального процесса. Область

определения и область значений функции. Способы задания функции. График функции. Понятия максимума и минимума, возрастания и убывания на примерах реальных зависимостей.

Линейная функция, её свойства. График линейной функции. График функции $y = |x|$. Кусочно-заданные функции.

147.4.3. Содержание обучения в 8 классе.

147.4.3.1. Числа и вычисления.

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень и его свойства. Понятие иррационального числа. Действия с иррациональными числами. Свойства действий с иррациональными числами. Сравнение иррациональных чисел.

Представления о расширениях числовых множеств. Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Сравнение чисел. Числовые промежутки.

Действия с остатками. Остатки степеней. Применение остатков к решению уравнений в целых числах и текстовых задач.

Размеры объектов окружающего мира, длительность процессов в окружающем мире. Стандартный вид числа.

147.4.3.2. Алгебраические выражения.

Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Основное свойство алгебраической дроби. Сложение, вычитание, умножение и деление алгебраических дробей. Выделение целой части алгебраической дроби.

Рациональные выражения. Тождественные преобразования рациональных выражений.

Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни. Тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни.

Степень с целым показателем и её свойства. Преобразование выражений, содержащих степени.

147.4.3.3. Уравнения и неравенства.

Квадратное уравнение. Формула корней квадратного уравнения. Количество действительных корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Уравнения, сводимые к линейным уравнениям или к квадратным уравнениям. Квадратное уравнение с параметром. Решение текстовых задач с помощью квадратных уравнений.

Дробно-рациональные уравнения. Решение дробно-рациональных уравнений. Решение текстовых задач с помощью дробно-рациональных уравнений. Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными.

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств.

Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения. Доказательство неравенств.

Понятие о решении неравенства с одной переменной. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства.

Линейное неравенство с одной переменной и множества его решений. Решение линейных неравенств с одной переменной. Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной. Решение текстовых задач с помощью линейных неравенств с одной переменной.

147.4.3.4. Функции.

Область определения и множество значений функции. Способы задания функций. График функции. Чтение свойств функции по её графику. Примеры графиков функций, отражающих реальные процессы.

Линейная функция. Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, их графики.

Функции $y = ax^2$, $y = x^2 + b$, $y = x^3$, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{k}{x}$, и их свойства.

Кусочно-заданные функции.

147.4.4. Содержание обучения в 9 классе.

147.4.4.1. Числа и вычисления.

Корень n -й степени и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства.

147.4.4.2. Алгебраические выражения.

Тождественные преобразования выражений, содержащих корень n -й степени. Тождественные преобразования выражений, содержащих степень с рациональным показателем.

Квадратный трёхчлен. Корни квадратного трёхчлена. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители.

147.4.4.3. Уравнения и неравенства.

Биквадратные уравнения. Примеры применений методов равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней.

Решение дробно-рациональных уравнений.

Решение систем уравнений с двумя переменными. Решение простейших систем нелинейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы нелинейных уравнений с двумя переменными. Система двух нелинейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации.

Числовые неравенства. Решение линейных неравенств. Доказательство неравенств.

Квадратные неравенства с одной переменной. Решение квадратных неравенств графическим методом и методом интервалов. Метод интервалов для рациональных неравенств. Простейшие неравенства с параметром.

Решение текстовых задач с помощью неравенств, систем неравенств.

Неравенство с двумя переменными. Решение неравенства с двумя переменными. Системы неравенств с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.

147.4.4.4. Функции.

Функция. Свойства функций: нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, чётные и нечётные функции, наибольшее и наименьшее значения функции.

Квадратичная функция и её свойства. Использование свойств квадратичной функции для решения задач. Построение графика квадратичной функции. Положение графика квадратичной функции в зависимости от её коэффициентов. Графики функций $y = ax^2$, $y = a(x - m)^2$ и $y = a(x - m)^2 + n$.

Построение графиков функций с помощью преобразований.

Дробно-линейная функция. Исследование функций.

Функция $y = x^n$ с натуральным показателем n и её график.

147.4.4.5. Числовые последовательности и прогрессии.

Понятие числовой последовательности. Конечные и бесконечные последовательности. Ограниченная последовательность. Монотонно возрастающая (убывающая) последовательность. Способы задания последовательности: описательный, табличный, с помощью формулы n -го члена, рекуррентный.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Свойства членов арифметической и геометрической прогрессий. Формулы n -го члена арифметической и геометрической прогрессий. Формулы суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий. Задачи на проценты, банковские вклады, кредиты.

Представление о сходимости последовательности, о суммировании бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Метод математической индукции. Простейшие примеры.

147.4.5. Предметные результаты освоения программы учебного курса «Алгебра».

147.4.5.1. Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в 7 классе.

147.4.5.1.1. Числа и вычисления.

Рациональные числа.

Переходить от одной формы записи чисел к другой (преобразовывать десятичную дробь в обыкновенную, обыкновенную в десятичную, в частности в бесконечную десятичную дробь).

Использовать понятия множества натуральных чисел, множества целых чисел, множества рациональных чисел при решении задач, проведении рассуждений и доказательств.

Понимать и объяснять смысл позиционной записи натурального числа.

Сравнивать и упорядочивать рациональные числа.

Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами, использовать свойства чисел и правила действий, приёмы рациональных вычислений.

Выполнять действия со степенями с натуральными показателями.

Находить значения числовых выражений, содержащих рациональные числа и степени с натуральным показателем, применять разнообразные способы и приёмы вычисления, составлять и оценивать числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Округлять числа с заданной точностью, а также по смыслу практической ситуации, выполнять прикидку и оценку результата вычислений, оценку значений числовых выражений, в том числе при решении практических задач.

Решать текстовые задачи арифметическим способом, использовать таблицы, схемы, чертежи, другие средства представления данных при решении задач.

Решать практико-ориентированные задачи, связанные с отношением величин, пропорциональностью величин, процентами, интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных со свойствами рассматриваемых объектов.

Делимость.

Доказывать и применять при решении задач признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, признаки делимости суммы и произведения целых чисел.

Раскладывать на множители натуральные числа.

Оперировать понятиями: чётное число, нечётное число, взаимно простые числа.

Находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел и использовать их при решении задач, применять алгоритм Евклида.

Оперировать понятием остатка по модулю, применять свойства сравнений по модулю.

147.4.5.1.2. Алгебраические выражения.

Выражения с переменными.

Использовать алгебраическую терминологию и символику, применять

её в процессе освоения учебного материала.

Находить значения буквенных выражений при заданных значениях переменных.

Использовать понятие тождества, выполнять тождественные преобразования выражений, доказывать тождества.

Многочлены.

Выполнять преобразования целого выражения в многочлен приведением подобных слагаемых, раскрытием скобок.

Выполнять действия (сложение, вычитание, умножение) с одночленами и с многочленами, применять формулы сокращённого умножения (квадрат и куб суммы, квадрат и куб разности, разность квадратов, сумма и разность кубов), в том числе для упрощения вычислений.

Осуществлять разложение многочленов на множители с помощью вынесения за скобки общего множителя, группировки слагаемых, применяя формулы сокращённого умножения.

Применять преобразования многочленов для решения различных задач из математики, смежных предметов, из реальной практики.

Использовать свойства степеней с натуральными показателями для преобразования выражений.

147.4.5.1.3. Уравнения и неравенства.

Решать линейные уравнения с одной переменной, применяя правила перехода от исходного уравнения к равносильному ему. Проверять, является ли число корнем уравнения.

Подбирать примеры пар чисел, являющихся решением линейного уравнения с двумя переменными.

Строить в координатной плоскости график линейного уравнения с двумя переменными, пользуясь графиком, приводить примеры решения уравнения.

Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными, в том числе графически.

Составлять и решать линейное уравнение или систему линейных уравнений по условию задачи, интерпретировать в соответствии с контекстом

задачи полученный результат.

147.4.5.1.4. Функции.

Координаты и графики.

Изображать на координатной прямой точки, соответствующие заданным координатам, лучи, отрезки, интервалы, записывать числовые промежутки на алгебраическом языке.

Отмечать в координатной плоскости точки по заданным координатам.

Функции.

Строить графики линейных функций.

Описывать с помощью функций известные зависимости между величинами: скорость, время, расстояние, цена, количество, стоимость, производительность, время, объём работы.

Находить значение функции по значению её аргумента.

Понимать графический способ представления и анализа информации, извлекать и интерпретировать информацию из графиков реальных процессов и зависимостей.

Использовать свойства функций для анализа графиков реальных зависимостей (нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, наибольшее и наименьшее значения функции).

Использовать графики для исследования процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

147.4.5.2. Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в 8 классе.

147.4.5.2.1. Числа и вычисления.

Иррациональные числа.

Понимать и использовать представления о расширении числовых множеств.

Оперировать понятиями: квадратный корень, арифметический квадратный корень, иррациональное число, находить, оценивать квадратные корни, используя при необходимости калькулятор, выполнять преобразования

выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней.

Использовать начальные представления о множестве действительных чисел для сравнения, округления и вычислений, изображать действительные числа точками на координатной прямой.

Использовать записи больших и малых чисел с помощью десятичных дробей и степеней числа 10, записывать и округлять числовые значения реальных величин с использованием разных систем измерений.

Делимость.

Оперировать понятием остатка по модулю, применять свойства сравнений по модулю, находить остатки суммы и произведения по данному модулю.

147.4.5.2.2. Алгебраические выражения.

Дробно-рациональные выражения.

Находить допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях.

Применять основное свойство рациональной дроби.

Выполнять приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей.

Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений.

Применять преобразования выражений для решения различных задач из математики, смежных предметов, из реальной практики.

Степени.

Применять понятие степени с целым показателем, выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целым показателем.

Иррациональные выражения.

Находить допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни.

Выполнять преобразования иррациональных выражений, используя свойства корней.

147.4.5.2.3. Уравнения и неравенства.

Решать квадратные уравнения.

Решать дробно-рациональные уравнения.

Решать линейные уравнения с параметрами, несложные системы линейных уравнений с параметрами.

Проводить исследования уравнений и систем уравнений, в том числе с применением графических представлений (устанавливать, имеет ли уравнение или система уравнений решения, если имеет, то сколько, и прочее).

Переходить от словесной формулировки задачи к её алгебраической модели с помощью составления уравнения или системы уравнений, интерпретировать в соответствии с контекстом задачи полученный результат.

Применять свойства числовых неравенств для сравнения, оценки, решать линейные неравенства с одной переменной и их системы, давать графическую иллюстрацию множества решений неравенства, системы неравенств.

147.4.5.2.4. Функции.

Понимать и использовать функциональные понятия и язык (термины, символические обозначения), определять значение функции по значению аргумента, определять свойства функции по её графику.

Строить графики функций $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{k}{x}$, $y = |x|$, описывать свойства числовой функции по её графику.

147.4.5.3. Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в 9 классе.

147.4.5.3.1. Числа и вычисления.

Оперировать понятиями: корень n -й степени, степень с рациональным показателем, находить корень n -й степени, степень с рациональным показателем, используя при необходимости калькулятор, применять свойства корня n -й степени, степени с рациональным показателем.

Использовать понятие множества действительных чисел при решении задач, проведении рассуждений и доказательствах.

Сравнивать и упорядочивать действительные числа, округлять действительные числа, выполнять прикидку результата вычислений, оценку числовых выражений.

147.4.5.3.2. Алгебраические выражения.

Оперировать понятием квадратного трёхчлена, находить корни квадратного трёхчлена.

Раскладывать квадратный трёхчлен на линейные множители.

147.4.5.3.3. Уравнения и неравенства.

Решать линейные и квадратные уравнения, уравнения, сводящиеся к ним, дробно-рациональные уравнения.

Решать несложные квадратные уравнения с параметром.

Решать линейные неравенства, квадратные неравенства, использовать метод интервалов, изображать решение неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Решать системы двух линейных уравнений с двумя переменными и системы двух уравнений, в которых одно уравнение не является линейным.

Решать несложные системы нелинейных уравнений с параметром.

Применять методы равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней.

Решать системы линейных неравенств, системы неравенств, включающие квадратное неравенство, изображать решение системы неравенств на числовой прямой, записывать решение с помощью символов.

Решать уравнения, неравенства и их системы, в том числе с ограничениями, например, в целых числах.

Проводить исследования уравнений и систем уравнений, в том числе с применением графических представлений (устанавливать, имеет ли уравнение или система уравнений решения, если имеет, то сколько, и прочее).

Решать текстовые задачи алгебраическим способом с помощью составления уравнений, неравенств, их систем.

Использовать уравнения, неравенства и их системы для составления математической модели реальной ситуации или прикладной задачи, интерпретировать полученные результаты в заданном контексте.

147.4.5.3.4. Числовые последовательности и прогрессии.

Оперировать понятиями: зависимость, функция, график функции,

прямая пропорциональность, линейная функция, обратная пропорциональность, парабола, гипербола, кусочно-заданная функция.

Исследовать функцию по её графику, устанавливать свойства функций: область определения, множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, чётность и нечётность, наибольшее и наименьшее значения, асимптоты.

Распознавать квадратичную функцию по формуле, приводить примеры квадратичных функций из реальной жизни, физики, геометрии.

Определять положение графика квадратичной функции в зависимости от её коэффициентов.

Строить график квадратичной функции, описывать свойства квадратичной функции по её графику.

Использовать свойства квадратичной функции для решения задач.

На примере квадратичной функции строить график функции $y = af(kx + b) + c$ с помощью преобразований графика функции $y = f(x)$.

Иллюстрировать с помощью графика реальную зависимость или процесс по их характеристикам.

147.4.5.3.5. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии.

Задавать последовательности разными способами: описательным, табличным, с помощью формулы n -го члена, рекуррентным.

Выполнять вычисления с использованием формул n -го члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых n членов.

Изображать члены последовательности точками на координатной плоскости.

Решать задачи, связанные с числовыми последовательностями, в том числе задачи из реальной жизни (с использованием калькулятора, цифровых технологий).

Распознавать и приводить примеры конечных и бесконечных последовательностей, ограниченных последовательностей, монотонно

возрастающих (убывающих) последовательностей.

Иметь представление о сходимости последовательности, уметь находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Применять метод математической индукции при решении задач.

147.5. Федеральная рабочая программа учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне в 7–9 классах (далее соответственно – программа учебного курса «Геометрия», учебный курс).

147.5.1. Пояснительная записка.

147.5.1.1. Геометрия как один из основных разделов школьной математики, имеющий своей целью обеспечить изучение свойств и размеров фигур, их отношений и взаимное расположение, опирается на логическую, доказательную линию. Ценность изучения геометрии на уровне основного общего образования заключается в том, что обучающийся учится проводить доказательные рассуждения, строить логические умозаключения, доказывать истинные утверждения и строить контрпримеры к ложным, проводить рассуждения «от противного», отличать свойства от признаков, формулировать обратные утверждения. Особое значение доказательная линия имеет для углублённого изучения математики.

147.5.1.2. Целью изучения геометрии является использование её как инструмента при решении как математических, так и практических задач, встречающихся в реальной жизни. Обучающийся должен научиться определять геометрическую фигуру, описывать словами чертёж или рисунок, найти площадь земельного участка, рассчитывать необходимую длину оптоволоконного кабеля или требуемые размеры гаража для автомобиля. При решении задач практического характера обучающийся учится строить математические модели реальных жизненных ситуаций, проводить вычисления и оценивать полученный результат.

147.5.1.3. Особенность учебного курса углублённого изучения геометрии состоит в том, что обучающиеся не просто знакомятся с определёнными понятиями, а уверенно овладевают ими. Существующие темы программы базового курса геометрии изучаются на более глубоком уровне, а

обучающиеся приобретают умения, помогающие им уверенно применять свои знания не только в математике, но и в смежных предметах, прежде всего физике и информатике, а также пользоваться полученными знаниями при решении практических задач.

147.5.1.4. Согласно учебному плану в 7–9 классах изучается углублённый учебный курс «Геометрия», который включает следующие основные разделы содержания: «Начала геометрии», «Треугольники», «Окружность», «Четырёхугольники», «Подобие», «Элементы тригонометрии», «Площади», а также «Метод координат», «Векторы», «Преобразования плоскости».

147.5.1.5. Общее число часов, рекомендованных для изучения учебного курса «Геометрия», – 306 часов: в 7 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 8 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 9 классе – 102 часа (3 часа в неделю).

147.5.2. Содержание обучения в 7 классе.

147.5.2.1. Начала геометрии.

История возникновения и развития геометрии. Начальные понятия геометрии. Точка, прямая, отрезок, луч. Понятие об аксиоме, теореме, доказательстве, определении.

Взаимное расположение точек на прямой. Измерение длины отрезка, расстояние между точками.

Полуплоскость и угол. Виды углов. Измерение величин углов. Вертикальные и смежные углы. Параллельные и перпендикулярные прямые. Расстояние от точки до прямой. Биссектриса угла.

Ломаная. Виды ломаных. Длина ломаной. Многоугольники. Периметр многоугольника. Понятие о выпуклых и невыпуклых многоугольниках.

Первичные представления о равенстве фигур, их расположении, симметрии.

Простейшие построения. Инструменты для измерений и построений.

147.5.2.2. Треугольники.

Виды треугольников: остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, равнобедренные, равносторонние. Медиана, биссектриса и высота

треугольника.

Равенство треугольников. Первый и второй признаки равенства треугольников. Равнобедренные треугольники и их свойства. Признак равнобедренного треугольника. Третий признак равенства треугольников.

Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника. Неравенство о длине ломаной.

Симметричные фигуры. Основные свойства осевой симметрии. Примеры симметрии в окружающем мире.

147.5.2.3. Параллельные прямые. Сумма углов многоугольника.

Параллельность прямых, исторические сведения о постулате Евклида и о роли Лобачевского в открытии неевклидовой геометрии. Свойства и признаки параллельных прямых. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Сумма внутренних углов многоугольника и сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

147.5.2.4. Прямоугольные треугольники.

Признаки равенства прямоугольных треугольников. Перпендикуляр и наклонная. Свойство медианы прямоугольного треугольника, проведённой к гипотенузе. Прямоугольный треугольник с углом в 30° .

147.5.2.5. Окружность.

Понятия окружности и круга. Элементы окружности и круга: центр, радиус, диаметр, хорда, их свойства. Взаимное расположение окружности и прямой. Касательная и секущая к окружности. Окружность, вписанная в угол. Простейшие построения с помощью циркуля и линейки.

147.5.2.6. Геометрические места точек.

Понятие о геометрическом месте точек. Примеры геометрических мест точек на плоскости. Биссектриса угла и серединный перпендикуляр к отрезку как геометрические места точек. Описанная окружность треугольника, её центр. Метод геометрических мест точек при решении геометрических задач.

147.5.2.7. Построения с помощью циркуля и линейки.

Исторические сведения. Обоснования простейших построений, этапы задачи на построения, решение задач на построение циркулем и линейкой.

147.5.3. Содержание обучения в 8 классе.

147.5.3.1. Четырёхугольники.

Параллелограмм, его признаки и свойства. Прямоугольник, ромб, квадрат, их признаки и свойства. Трапеция. Равнобедренная трапеция, её свойства и признаки. Прямоугольная трапеция. Средняя линия трапеции.

Средняя линия треугольника. Метод удвоения медианы треугольника. Теорема о пересечении медиан треугольника.

Теорема Фалеса, теорема о пропорциональных отрезках. Теорема Вариньона для произвольного четырёхугольника.

Центрально-симметричные фигуры.

147.5.3.2. Подобие.

Подобие треугольников, коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников. Применение подобия при решении геометрических и практических задач.

147.5.3.3. Площадь.

Понятие о площади. Свойства площадей геометрических фигур. Простейшие формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба и трапеции. Площади подобных фигур. Отношение площадей треугольников.

147.5.3.4. Теорема Пифагора.

Теорема Пифагора. Применение теоремы Пифагора при решении практических задач.

147.5.3.5. Элементы тригонометрии.

Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника. Тригонометрические функции углов в 30° , 45° и 60° . Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.

147.5.3.6. Углы и четырёхугольники, связанные с окружностью.

Вписанные и центральные углы, угол между касательной и хордой. Углы между хордами и секущими. Вписанные и описанные окружности треугольника и четырёхугольники. Свойства и признаки вписанного четырёхугольника. Взаимное расположение двух окружностей. Касание окружностей. Общие касательные к двум окружностям.

147.5.4. Содержание обучения в 9 классе.

147.5.4.1. Решение треугольников.

Синус, косинус, тангенс углов от 0° до 180° . Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения. Решение треугольников. Теорема косинусов и теорема синусов. Решение практических задач с использованием теоремы косинусов и теоремы синусов. Решение задач геометрической оптики.

Тригонометрические формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции. Формула Герона. Формула площади выпуклого четырёхугольника.

147.5.4.2. Подобие треугольников.

Хорды и подобные треугольники в окружности. Теорема о произведении отрезков хорд, теоремы о произведении отрезков секущих, теорема о квадрате касательной. Применение при решении геометрических задач. Теоремы Чебы и Менелая. Понятие о гомотетии.

147.5.4.3. Метод координат.

Уравнение прямой на плоскости. Угловой коэффициент и свободный член, их геометрический смысл. Параллельность и перпендикулярность прямых (через угловой коэффициент).

Уравнение окружности. Нахождение пересечений окружностей и прямых в координатах. Формула расстояния от точки до прямой. Площадь параллелограмма в координатах, понятие об ориентированной площади. Применение метода координат в практико-ориентированных геометрических задачах.

147.5.4.4. Векторы.

Векторы на плоскости. Сложение и вычитание векторов – правила треугольника и параллелограмма. Умножение вектора на число. Координаты вектора. Сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число в координатах. Применение векторов в физике, центр масс.

Понятие о базисе (на плоскости). Разложения векторов по базису. Скалярное произведение векторов, геометрический смысл и выражение в

декартовых координатах. Дистрибутивность скалярного произведения. Скалярное произведение и проецирование. Применение скалярного произведения векторов для нахождения длин и углов. Решение геометрических задач с помощью скалярного произведения.

147.5.4.5. Длина окружности и площадь круга.

Правильные многоугольники. Длина окружности. Градусная и радианная мера угла, вычисление длин дуг окружностей. Площадь круга, сектора, сегмента. Исторические сведения об измерении длины окружности и площади круга.

147.5.4.6. Движения плоскости.

Центральная симметрия. Центально-симметричные фигуры. Поворот. Осевая симметрия. Фигуры, симметричные относительно некоторой оси. Параллельный перенос.

Понятие движения и его свойства. Равенство фигур. Проявления симметрии в природе, живописи, скульптуре, архитектуре. Композиции движений (простейшие примеры). Применение в геометрических задачах.

147.5.5. Предметные результаты освоения программы учебного курса «Геометрия».

147.5.5.1. Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в 7 классе.

Распознавать изученные геометрические фигуры, определять их взаимное расположение, изображать геометрические фигуры, выполнять чертежи по условию задачи. Измерять линейные и угловые величины. Решать задачи на вычисление длин отрезков и величин углов.

Проводить прикидку и оценку линейных и угловых величин предметов в реальной жизни, размеров природных объектов. Различать размеры этих объектов по порядку величины.

Строить чертежи к геометрическим задачам.

Пользоваться признаками равенства треугольников, использовать признаки и свойства равнобедренных треугольников при решении задач.

Проводить логические рассуждения с использованием геометрических

теорем.

Пользоваться признаками равенства прямоугольных треугольников, свойством медианы, проведённой к гипотенузе прямоугольного треугольника, в решении геометрических задач.

Определять параллельность прямых с помощью углов, которые образует с ними секущая. Определять параллельность прямых с помощью равенства расстояний от точек одной прямой до точек другой прямой.

Решать задачи на клетчатой бумаге.

Проводить вычисления и находить числовые и буквенные значения углов в геометрических задачах с использованием суммы углов треугольников и многоугольников, свойств углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей. Решать практические задачи на нахождение углов.

Владеть понятием «геометрическое место точек» (далее - ГМТ). Определять биссектрису угла и серединный перпендикуляр к отрезку как ГМТ. Пользоваться понятием ГМТ при доказательстве геометрических утверждений и при решении задач.

Формулировать определения окружности и круга, хорды и диаметра окружности, уверенно владеть их свойствами. Уметь доказывать и применять эти свойства при решении задач.

Владеть понятием описанной около треугольника окружности, уметь находить её центр. Доказывать и использовать факты о том, что биссектрисы углов треугольника пересекаются в одной точке, и о том, что серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.

Владеть понятием касательной к окружности, пользоваться теоремой о перпендикулярности касательной и радиуса, проведённого к точке касания. Доказывать равенство отрезков касательных к окружности, проведённых из одной точки, и применять это в решении геометрических задач.

Доказывать и применять простейшие геометрические неравенства, понимать их практический смысл.

Проводить основные геометрические построения с помощью циркуля и

линейки.

147.5.5.2. Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в 8 классе.

Распознавать основные виды четырёхугольников, их элементы, пользоваться их свойствами при решении геометрических задач. Различать признаки и свойства параллелограмма, ромба и прямоугольника, доказывать их и уверенно применять при решении геометрических задач.

Использовать свойства точки пересечения медиан треугольника (центра масс) в решении задач.

Владеть понятием средней линии треугольника и трапеции, применять их свойства при решении геометрических задач. Использовать теорему Фалеса и теорему о пропорциональных отрезках, применять их для решения практических задач.

Распознавать центрально-симметричные фигуры и использовать их свойства при решении задач.

Владеть понятиями подобия треугольников, коэффициента подобия, соответственных элементов подобных треугольников. Иметь представление о преобразовании подобия и о подобных фигурах. Пользоваться признаками подобия треугольников при решении геометрических задач. Доказывать и применять отношения пропорциональности в прямоугольных треугольниках. Применять подобие в практических задачах.

Выводить и использовать простейшие формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба и трапеции. Вычислять (различными способами) площадь треугольника и площади многоугольных фигур (пользуясь, где необходимо, калькулятором). Знать отношение площадей подобных фигур и применять при решении задач. Применять полученные умения в практических задачах.

Пользоваться теоремой Пифагора для решения геометрических и практических задач. Строить математическую модель в практических задачах, самостоятельно проводить чертёж и находить соответствующие длины.

Владеть понятием вписанного и центрального угла, угла между

касательной и хордой, описанной и вписанной окружности треугольника и четырёхугольника, применять их свойства при решении задач.

Применять полученные знания на практике – строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрии (пользуясь, где необходимо, калькулятором).

147.5.5.3. Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в 9 классе.

Знать тригонометрические функции острых углов, уметь находить с их помощью различные элементы прямоугольного треугольника («решение прямоугольных треугольников»). Находить (с помощью калькулятора) длины и углы для нетабличных значений.

Пользоваться формулами приведения и основным тригонометрическим тождеством для нахождения соотношений между тригонометрическими величинами.

Доказывать теорему синусов и теорему косинусов, применять их для нахождения различных элементов треугольника («решение треугольников»), при решении геометрических задач. Применять полученные знания при решении практических задач.

Применять тригонометрию в задачах на нахождение площади, выводить и владеть тригонометрическими формулами для площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции, выводить и применять формулу Герона и формулу для площади выпуклого четырёхугольника.

Иметь представление о гомотетии, применять в практических ситуациях.

Использовать теоремы Чебы и Менелая при решении задач.

Использовать теоремы о вписанных углах, углах между хордами (секущими) и угле между касательной и хордой при решении геометрических задач. Доказывать и применять теоремы о произведении отрезков хорд, о произведении отрезков секущих, о квадрате касательной.

Владеть понятием координат на плоскости, работать с уравнением

прямой на плоскости. Владеть понятиями углового коэффициента и свободного члена, понимать их геометрический смысл и связь углового коэффициента с возрастанием и убыванием линейной функции. Уметь решать методом координат задачи, связанные с параллельностью и перпендикулярностью прямых, пересечением прямых, нахождением точек пересечения.

Выводить и владеть уравнением окружности. Использовать метод координат для нахождения пересечений окружностей и прямых. Владеть формулами расстояния от точки до прямой, площади параллелограмма в координатах, иметь понятие об ориентированной площади. Пользоваться методом координат на плоскости, применять его при решении геометрических и практических задач. Применять метод координат в практико-ориентированных геометрических задачах.

Владеть понятием вектора. Уметь складывать и вычитать векторы, умножать на число, владеть правилами треугольника и параллелограмма. Владеть практическими интерпретациями векторов. Уверенно пользоваться координатами вектора. Владеть сложением и вычитанием векторов, умножением вектора на число в координатах.

Иметь представление о базисе (на плоскости). Раскладывать векторы по базису. Раскладывать векторы сил с помощью проецирования и тригонометрических соотношений. Применять полученные знания в простейших физических задачах.

Владеть понятием скалярного произведения векторов, понимать его геометрический смысл и уверенно пользоваться его выражением в декартовых координатах. Знать дистрибутивность скалярного произведения и его связь с проецированием. Применять скалярное произведение векторов для нахождения длин и углов. Решать геометрические задачи с помощью скалярного произведения. Использовать скалярное произведение векторов в алгебраических и физических задачах.

Владеть понятиями правильного многоугольника, длины окружности, длины дуги окружности и радианной меры угла, вычислять площадь круга и

его частей. Понимать смысл числа π . Применять полученные умения при решении практических задач. Знать исторические сведения об измерении длины окружности и площади круга.

Иметь представление о преобразовании плоскости, о движениях. Находить оси, центры симметрии фигур, центры поворота, находить композиции простейших преобразований. Применять движения плоскости при решении геометрических задач.

Применять полученные знания на практике – строить математические модели для задач реальной жизни и проводить соответствующие вычисления с применением подобия и тригонометрических функций (пользуясь, где необходимо, калькулятором).

147.6. Федеральная рабочая программа учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне в 7–9 классах (далее соответственно – программа учебного курса «Вероятность и статистика», учебный курс).

147.6.1. Пояснительная записка.

147.6.1.1. В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры.

Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. Для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо в том числе хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление. Именно поэтому возникла необходимость формировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Знакомство в учебном курсе с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий. При изучении статистики и вероятности обогащаются представления обучающихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления.

147.6.1.2. В соответствии с данными целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основного общего образования на углублённом уровне выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов», «Множества», «Логика».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках, до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными, обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного

события. При изучении учебного курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновероятными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В учебный курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

В рамках учебного курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения графов и элементов теории множеств для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

147.6.1.3. В 7–9 классах изучается учебный курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов», «Множества» и «Логика».

147.6.1.4. Общее число часов, рекомендованных для изучения учебного курса «Вероятность и статистика», – 102 часа: в 7 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 8 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 9 классе – 34 часа (1 час в неделю).

147.6.2. Содержание обучения в 7 классе.

Представление данных в виде таблиц, диаграмм. Заполнение таблиц, чтение и построение столбиковых (столбчатых) и круговых диаграмм. Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения, квартили, среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных.

Примеры случайной изменчивости при измерениях, в массовом производстве, тенденции и случайные колебания, группировка данных, представление случайной изменчивости с помощью диаграмм, частоты значений, статистическая устойчивость.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная

степень вершин. Понятие о связных графах. Пути в графах. Цепи и циклы. Обход графа (эйлеров путь). Понятие об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения, необходимые и достаточные условия, свойства и признаки. Противоположные утверждения, доказательства от противного.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота случайного события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе.

147.6.3. Содержание обучения в 8 классе.

Множество и подмножество. Примеры множеств в окружающем мире. Пересечение и объединение множеств. Диаграммы Эйлера. Числовые множества. Примеры множеств из курсов алгебры и геометрии. Перечисление элементов множеств с помощью организованного перебора и правила умножения. Формула включения-исключения.

Элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор.

Измерение рассеивания числового массива. Дисперсия и стандартное отклонение числового набора. Свойства дисперсии и стандартного отклонения. Диаграммы рассеивания двух наблюдаемых величин. Линейная связь на диаграмме рассеивания.

Дерево. Дерево случайного эксперимента. Свойства деревьев: единственность пути, связь между числом вершин и числом рёбер. Понятие о плоских графах. Решение задач с помощью деревьев.

Логические союзы «И» и «ИЛИ». Связь между логическими союзами и операциями над множествами. Использование логических союзов в алгебре.

Случайные события как множества элементарных событий. Противоположные события. Операции над событиями. Формула сложения вероятностей.

Правило умножения вероятностей. Условная вероятность.

Представление случайного эксперимента в виде дерева. Независимые события.

147.6.4. Содержание обучения в 9 классе.

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний и треугольник Паскаля. Свойства чисел сочетаний. Бином Ньютона. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности.

Испытания. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечного множества.

Случайная величина и распределение вероятностей. Примеры случайных величин. Важные распределения – число попыток в серии испытаний до первого успеха и число успехов в серии испытаний Бернулли (геометрическое и биномиальное распределения).

Математическое ожидание случайной величины. Физический смысл математического ожидания. Примеры использования математического ожидания. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия изученных распределений.

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Математические основания измерения вероятностей. Роль и значение закона больших чисел в науке, в природе и обществе, в том числе в социологических обследованиях и в измерениях.

147.6.5. Предметные результаты освоения программы учебного курса «Вероятность и статистика».

147.6.5.1. Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в 7 классе.

Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, представлять данные в виде таблиц, строить столбиковые (столбчатые) и круговые диаграммы по массивам значений.

Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.

Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, квартили.

Иметь представление о логических утверждениях и высказываниях, уметь строить отрицания, формулировать условные утверждения при решении задач, в том числе из других учебных курсов, иметь представление о теоремах-свойствах и теоремах-признаках, о необходимых и достаточных условиях, о методе доказательства от противного.

Иметь представление о случайной изменчивости на примерах результатов измерений, цен, физических величин, антропометрических данных, иметь представление о статистической устойчивости.

Использовать для описания данных частоты значений, группировать данные, строить гистограммы группированных данных.

Использовать графы для решения задач, иметь представление о терминах теории графов: вершина, ребро, цепь, цикл, путь в графе, иметь представление об обходе графа и об ориентированных графах.

147.6.5.2. Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в 8 классе.

Оперировать понятиями множества, подмножества, выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, перечислять элементы множеств с использованием организованного перебора и комбинаторного правила умножения.

Находить вероятности случайных событий в случайных опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, иметь понятие о случайном выборе.

Описывать данные с помощью средних значений и мер рассеивания (дисперсия и стандартное отклонение). Уметь строить и интерпретировать диаграммы рассеивания, иметь представление о связи между наблюдаемыми величинами.

Иметь представление о дереве, о вершинах и рёбрах дерева, использовании деревьев при решении задач в теории вероятностей, в других учебных математических курсах и задач из других учебных предметов.

Оперировать понятием события как множества элементарных событий случайного опыта, выполнять операции над событиями, использовать при решении задач диаграммы Эйлера, числовую прямую, применять формулу сложения вероятностей.

Пользоваться правилом умножения вероятностей, использовать дерево для представления случайного опыта при решении задач. Оперировать понятием независимости событий.

147.6.5.3. Предметные результаты освоения программы учебного курса к концу обучения в 9 классе.

Пользоваться комбинаторным правилом умножения, находить число перестановок, число сочетаний, пользоваться треугольником Паскаля при решении задач, в том числе на вычисление вероятностей событий.

Использовать понятие геометрической вероятности, находить вероятности событий в опытах, связанных со случайным выбором точек из плоской фигуры, отрезка, длины окружности.

Находить вероятности событий в опытах, связанных с испытаниями до достижения первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.

Иметь представление о случайных величинах и распознавать случайные величины в явлениях окружающего мира, оперировать понятием «распределение вероятностей». Уметь строить распределения вероятностей значений случайных величин в изученных опытах.

Находить математическое ожидание и дисперсию случайной величины по распределению, применять числовые характеристики изученных распределений при решении задач.

Иметь представление о законе случайных чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости, понимать математическое обоснование близости частоты и вероятности события. Иметь представление о роли закона больших чисел в природе и обществе.

